

استفاده از تجزیه بندرز تعمیم‌یافته در حل مدل غیرخطی مسئله بهینه‌سازی مکان‌یابی مراکز خدماتی در یک زنجیره بسته و با رویکرد چنددوره‌ای

ارسلان رحمانی^{۱*}، شاهرخ اسماعیلی^۲

۱. استادیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه کردستان
۲. استادیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه کردستان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۸/۲۵ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۱/۱۲

A modified Benders Heuristic decomposition algorithm for nonlinear dynamic facility location in integrated closed chain problem

Arsalan Rahmani^{1,*}, Shahrokh Esmaeili²

1. Assistant Professor, Department of Applied Mathematics, University of Kurdistan
2. Assistant Professor, Department of Applied Mathematics, University of Kurdistan

Received: 11/16/2017

Accepted: 2/1/2018

Abstract: In this paper, the facility location problem in the multi-layer dynamic closed chain including three kinds of connected facilities with different activities is considered. A mixed integer non-linear program of a single type of forward products and single type of returned products, through a set of facilities whose location determined based on whether they serve as forward, reverse or joint facilities dealing with products from both directions, is proposed. In order to get rid of the non-linearity phrases, the linearization techniques are applied. Afterwards a modified Benders decomposition method is developed to solve the linearized problem. The computational results indicate that the modified Benders algorithm can efficiently solve the proposed model.

Keywords: closed supply chain, linearization techniques, mixed integer nonlinear programming, Benders decomposition method, dynamic programming.

چکیده: این مقاله مسئله مکان‌یابی مراکز خدماتی در یک زنجیره چندسطحی با گزینه بازایی محصولات، استفاده از سه نوع مرکز خدماتی با کارکردهای متفاوت، چند دوره‌ای بودن تصمیم‌ها و پیوسته بودن مراکز با هم را در نظر می‌گیرد. در این زنجیره دو جریان شامل جریان رفت از مراکز پردازش محصولات جدید و جریان برگشت از طریق مراکز پردازش محصولات برگشتی به متقاضیان در نظر گرفته می‌شود. مسئله مکان‌یابی مراکز، نخست در قالب یک مسئله بهینه‌سازی آمیخته غیرخطی مدل می‌شود، سپس با شگردهای متداول خطی‌سازی می‌شود، سرانجام تعمیمی از روش تجزیه بندرز مسئله خطی‌سازی شده را حل می‌کند. نتایج عددی به‌دست آمده کارایی روش ارائه شده را از نظر زمانی و کیفیت جواب نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: زنجیره تأمین بسته، خطی‌سازی، بهینه‌سازی آمیخته غیرخطی، روش تجزیه بندرز، برنامه‌ریزی پویا.

مجبور می‌کند در طول زمان در تصمیم‌های خود اعم از استراتژیک، وابسته و خدماتی تغییراتی ایجاد کنند. شرکت‌ها تلاش می‌کنند که این نوع تغییر در

۱ مقدمه

شرایط در حال تغییر در عرصه‌های اقتصادی و تجاری، بیشتر شرکت‌های تولید کننده و یا توزیع کننده را

*Corresponding author: a.rahmani@uok.ac.ir

زنجیره همراه با لجستیک معکوس طراحی شده است. در مدل ارائه شده دو جریان در دوسوی مختلف، از مراکز به متقاضیان و از متقاضیان به مراکز، در نظر گرفته شده است. این ایده در مقاله [۱۷] نیز دیده می‌شود که در آن انبارداری، امکان بازتولید محصولات مصرفی در مراکز و چند ویژگی دیگر لحاظ شده است. از این رو می‌توان این مدل را یکی از کامل‌ترین مدل‌های معرفی شده در زمینه مکان‌یابی با لجستیک معکوس پویا برشمرد. مدل ارائه شده در این مقاله، همزمان ویژگی‌های باز و بسته بودن مراکز در دوره‌های مختلف را در نظر می‌گیرد و علاوه بر امکان بازتولید در مراکز جمع‌آوری و ترکیبی، بین مراکز برای ارائه سرویس امکانات ارتباطی^۱ وجود دارد.

در رابطه با روش‌های حل موجود در ادبیات موضوع، از روش‌های فراابتکاری مانند جستجوی ممنوعه، شبیه‌سازی تبرید شده و الگوریتم ژنتیک زیاد استفاده شده است ([۱۸] و [۱۹]). روش‌های ابتکاری نیز همواره مدنظر بوده‌اند. مراجع [۱۱]، [۲۰]، [۲۱]، [۲۲]، [۲۳] و [۲۴] از روش‌های آزادسازی لاگرانژ برای مسائل تک دوره‌ای و [۷]، [۲۵]، [۲۶]، [۲۷]، [۲۸] و [۲۹] برای مسائل چنددوره‌ای بهره برده‌اند. روش تجزیه بندرز نیز از جمله روش‌های مورد علاقه محققان تحقیق در عملیات است. به تازگی، مقاله‌های [۳۰]، [۳۱] و [۳۲] در این راستا چاپ شده است.

در این مقاله مدلی در نظر گرفته می‌شود که تصمیم‌گیری‌های استراتژیک و تدارکاتی در طول

تصمیم‌گیری با کمترین هزینه صورت گیرد و به همین منظور طراحی زنجیره تأمین در همه بخش‌های صنعتی لازم می‌نماید.

یکی از نخستین مدل‌های بهینه‌سازی طراحی زنجیره تأمین در [۱] ارائه شد و پس از آن مدل‌های بیشتری در همین راستا معرفی شد [۲]. بخش ویژه ادبیات موضوع زنجیره تأمین به زنجیره تأمین پویا یا چنددوره‌ای اختصاص دارد. از [۳] می‌توان به‌عنوان اولین مدل معرفی شده در این زمینه یاد کرد. برای یک مدل کامل، گسترده و البته کارا شامل رویکردهای چندمحصوله و چندسطحی می‌توان [۴] را نام برد. در [۵] مدلی پویا با احتساب باز یا بسته بودن مراکز خدماتی در دوره‌های مختلف معرفی و با یک روش اولیه-دوگان ابتکاری حل شده است. این مدل از این جهت که امکان باز یا بسته بودن مراکز را در دوره‌های مختلف بررسی می‌کند با مدل‌های پیش‌تر معرفی شده متمایز است. با این ایده مدل‌های جدید دیگری نیز معرفی شده است ([۶] و [۷]). چنین مدل‌هایی کاربردهایی در دنیای واقعی دارند که از این حیث مقاله‌های [۷]، [۸] و [۹] به آن پرداخته‌اند. مروری کلی بر این کاربدها را می‌توان در مقاله‌های مروری [۱۰]، [۱۱]، [۱۲]، [۱۳] و [۱۴] یافت. همانند مکان‌یابی مراکز خدماتی، مکان‌یابی معکوس نیز دارای ادبیاتی غنی است. گستردگی و کاربرد این نوع مسائل با هم انکارناپذیر است و هر جا بحث از مکان‌یابی مراکز خدماتی باشد، مکان‌یابی و لجستیک معکوس نیز مطرح می‌گردد [۱۵]. مدل مقاله [۱۶] برای بازبینی مجدد یک

¹ Connected Facilities

توزیع و از انبارهای توزیع به متقاضیان (و برعکس برای محصول برگشتی) است. این تصمیم‌ها به صورت پویا و در طول چند دوره انجام می‌پذیرد. فرض بر این است که سه نوع مرکز برای ارائه سرویس وجود دارد.

مراکز رفت: ارائه و توزیع سرویس (محصولات جدید) از مبادی تأمین به متقاضیان؛

مراکز جمع‌آوری: جمع‌آوری محصولات و توزیع آن از متقاضیان به مبادی تأمین و در صورت امکان پردازش محصولات برگشتی؛

مراکز ترکیبی: انجام کارهای مربوط به مراکز رفت و جمع‌آوری به‌طور همزمان.

با توجه به متفاوت بودن ظرفیت بالقوه مراکز، بین مراکز می‌توان ارتباطی جهت تأمین سرویس با هزینه پایین‌تر در نظر گرفت. علاوه بر این، با توجه به تغییر دوره‌ای هزینه‌ها از یک دوره تا دوره بعدی می‌توان عمل انبارداری را انجام داد.

این ویژگی از این نظر که مراکز خدماتی ترکیبی را بررسی می‌کند، از مدل‌های مکان‌یابی سنتی متمایز است. از جمله مزیت‌های مراکز خدماتی ترکیبی، کاهش آلودگی‌های محیطی، کاهش هزینه‌ها و هماهنگی بین عملیات رفت و برگشت در یک زمان است. هر متقاضی در برخورد با انتخاب مرکز، یکی از ۴ حالت زیر را انتخاب می‌کند:

۱. مرکز پردازش محصول رفت را برای محصول رفت و مرکز جمع‌آوری را برای محصول مصرفی انتخاب می‌کند.
۲. مرکز پردازش محصول رفت را برای محصول رفت و مرکز پردازش ترکیبی را برای محصول مصرفی انتخاب می‌کند.

دوره‌های مختلف و لایه‌های موجود در یک زنجیره تأمین را بهینه می‌کند. تصمیم‌گیری‌های استراتژیک مشمول در احداث مراکز، باز گذاشتن و یا بستن مرکز می‌باشد، و سایر تصمیمات نحوه ارتباط، ظرفیت و سرویس‌دهی از مراکز به متقاضیان، بین خود مراکز و مبادی تأمین را شامل می‌شود. بدین منظور در بخش دوم مدل برنامه‌ریزی غیرخطی آمیخته معرفی می‌گردد، سپس با استفاده از روش‌های خطی‌سازی، صورت خطی‌شده مدل به دست می‌آید. در بخش سوم برای حل مدل خطی‌سازی شده به شکل کارا، روشی بر اساس روش تجزیه بندرز ارائه می‌شود. نوآوری‌های موجود در این مقاله را می‌توان به صورت زیر برشمرد:

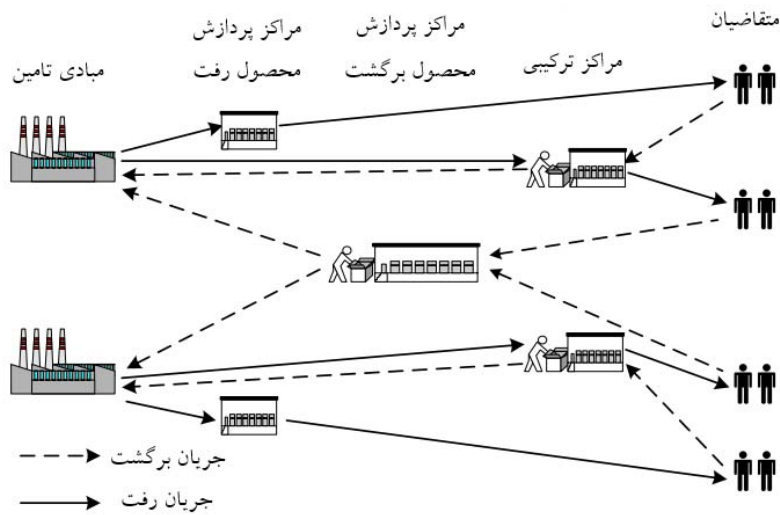
- معرفی مدلی پویا در زنجیره بسته که علاوه بر امکان باز تولید در مراکز جمع‌آوری و ترکیبی، بین مراکز برای ارائه سرویس امکانات ارتباطی وجود دارد؛
- استفاده همزمان از خطی‌سازی و روش بندرز برای حل مدل معرفی شده؛
- تولید داده‌هایی منطقی و ارائه روشی برای ارزیابی مدل‌های مشابه.

۲ تعریف مسئله و ارائه مدل ریاضی پیشنهادی

در این بخش نخست مسئله مورد مطالعه تشریح می‌شود، سپس یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی برای آن پیشنهاد می‌گردد. این مسئله شامل مکان‌یابی مراکز توزیع و جمع‌آوری و تعیین بهترین استراتژی برای توزیع محصول کارخانه‌ها به انبارهای

۳. مرکز پردازش محصول ترکیبی را برای محصول رفت و مرکز جمع‌آوری را برای محصول مصرفی انتخاب می‌کند.

۴. مرکز پردازش محصول ترکیبی را برای محصول رفت و مرکز پردازش محصول ترکیبی را برای محصول مصرفی انتخاب می‌کند. توصیفی از مدل پیشنهادی را می‌توان در شکل ۱ مشاهده کرد.



شکل ۱. زنجیره بسته با سه نوع مرکز

با این فرض که L, J, I و T به ترتیب نماد مجموعه‌های مراکز، متقاضیان، کارخانه‌ها و دوره‌های زمانی باشد، پارامترهای موجود در مسئله در جدول ۱ و متغیرهای موجود در مسئله در جدول ۲ معرفی می‌شوند. مسئله مورد نظر به شکل زیر مدل می‌گردد:

$$\begin{aligned}
 P_1: \min Z = & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^f x_{it}^f + f_{it}^h x_{it}^h + f_{it}^r x_{it}^r) \\
 & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fc} x_{it}^f (1 - x_{it-1}^f) + f_{it}^{hc} x_{it}^h (1 - x_{it-1}^h) + \\
 & f_{it}^{rc} x_{it}^r (1 - x_{it-1}^r)) + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fh} x_{it-1}^f (1 - x_{it}^f) + f_{it}^{hh} x_{it-1}^h (1 - x_{it}^h) + f_{it}^{rh} x_{it-1}^r (1 - x_{it}^r)) \\
 & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{it}^{hf} h_{it}^f + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{it}^{hr} h_{it}^r + \sum_{l \in F} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{lit} u_{lit} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} C_{ijt} x_{ijt} \\
 & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_2} \sum_{t \in T} C_{ijt}^r x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} \gamma p^R x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_2} \sum_{t \in T} p_{jt} x_{ijt} \\
 & + \sum_{k \in I} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{kit} y_{kit} - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} b_{jt} q_{jt} x_{ijt} - \sum_{i \in I} \sum_{l \in F} \sum_{t \in T} p_{lt} u'_{lit}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$ST \quad \sum_{i \in I} x_{ijt} = 1, \quad \forall j \in J_1 \cup J_2, t \in T \tag{2}$$

$$x_{ijt} \leq x_{it}^f + x_{it}^h, \quad \forall i \in I, j \in J_1, t \in T \tag{3}$$

$$x_{ijt} \leq x_{it}^h + x_{it}^r, \quad \forall j \in J_1 \cup J_2, t \in T \tag{4}$$

جدول ۱. پارامترهای موجود در مسئله

f_{it}^f	هزینه عملیاتی برای احداث مرکز نوع رفت در دوره t
f_{it}^h	هزینه عملیاتی برای احداث مرکز نوع ترکیبی در دوره t
f_{it}^r	هزینه عملیاتی برای احداث مرکز نوع جمع‌آوری در دوره t
f_{it}^{fo}	هزینه عملیاتی برای باز نگه داشتن مرکز نوع رفت در دوره t بشرطی که در دوره $t-1$ بسته شده باشد
f_{it}^{ho}	هزینه عملیاتی برای باز نگه داشتن مرکز نوع ترکیبی در دوره t بشرطی که در دوره $t-1$ بسته شده باشد
f_{it}^{ro}	هزینه عملیاتی برای باز نگه داشتن مرکز نوع جمع‌آوری در دوره t بشرطی که در دوره $t-1$ بسته شده باشد
f_{it}^{fc}	هزینه عملیاتی برای بسته نگه داشتن مرکز نوع رفت در دوره t بشرطی که در دوره $t-1$ باز شده باشد
f_{it}^{hc}	هزینه عملیاتی برای بسته نگه داشتن مرکز نوع ترکیبی در دوره t بشرطی که در دوره $t-1$ باز شده باشد
f_{it}^{rc}	هزینه عملیاتی برای باز نگه داشتن مرکز نوع جمع‌آوری در دوره t بشرطی که در دوره $t-1$ باز شده باشد
C_{it}^{hf}	هزینه نگهداری محصول نوع رفت (جدید) در مرکز i و در دوره t
C_{it}^{hr}	هزینه نگهداری محصول برگشتی (مصرفی) در مرکز i و در دوره t
C_{lit}	هزینه انتقال محصول نوع رفت (جدید) از کارخانه l به مرکز i و در دوره t
C_{ijt}	هزینه انتقال محصول نوع رفت (جدید) از مرکز i به متقاضی j و در دوره t
C_{ijt}^r	هزینه انتقال محصول برگشتی (مصرفی) از متقاضی j به مرکز i و در دوره t
p^R	هزینه تازه‌سازی محصول برگشتی به محصول جدید
p_{lt}	نرخ قیمتی که برای خرید محصول برگشتی (مصرفی) کارخانه l در دوره t حاضر به پرداخت می‌باشد
p_{jt}	نرخ قیمتی که برای خرید محصول برگشتی (مصرفی) متقاضی j در دوره t حاضر به دریافت می‌باشد
C_{kit}	هزینه انتقال محصول نوع از مرکز k به مرکز i و در دوره t
b_{jt}	میزان درآمد حاصل از فروش یک واحد کالا به متقاضی j و در دوره t
C_{lt}	ماکسیمم مقدار موجود از محصول رفت و از کارخانه l در دوره t
γ	درصدی از محصول برگشتی که قابل تبدیل به محصول جدید در مراکز می‌باشد

جدول ۲. متغیرهای موجود در مسئله

x_{it}^f	متغیردوجمله‌ای مربوط به احداث مرکز i از نوع رفت در دوره t
x_{it}^h	متغیردوجمله‌ای مربوط به احداث مرکز i از نوع ترکیبی در دوره t
x_{it}^r	متغیردوجمله‌ای مربوط به احداث مرکز i از نوع برگشتی در دوره t
x_{ijt}	متغیردوجمله‌ای مربوط به برآوردن تقاضای متقاضی j (رفت و برگشت) از مرکز i در دوره t
y_{kit}	متغیر پیوسته مربوط به مقدار جریان موجود از مرکز k به مرکز i در دوره t
u_{lit}	متغیر پیوسته مربوط به مقدار جریان موجود از کارخانه l به مرکز i در دوره t
u'_{ilt}	متغیر پیوسته مربوط به مقدار جریان موجود از مرکز i به کارخانه l در دوره t
h_{it}^f	متغیر پیوسته مربوط به مقدار انبارداری محصول رفت در مرکز i در دوره t
h_{it}^r	متغیر پیوسته مربوط به مقدار انبارداری محصول برگشت در مرکز i در دوره t

$$x_{it}^f + x_{it}^h + x_{it}^r \leq 1, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (5)$$

$$h_{it}^f = h_{it-1}^f + \sum_{l \in F} u_{lit} + \sum_{k \in I} y_{kit} - \sum_{j \in J_1} q_{jt}^f x_{ijt}, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (6)$$

$$h_{it}^r = h_{it-1}^r + \sum_{j \in J_2} q_{jt}^r x_{ijt} - \sum_{l \in F} u'_{ilt}, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{l \in F} u_{lit} + \sum_{k \in I} y_{kit} + h_{it-1}^f \leq S_i^{hf} x_{it}^h + S_i^f x_{it}^f, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J_2} q_{jt}^r x_{ijt} + h_{it-1}^r \leq S_i^{hr} x_{it}^h + S_i^r x_{it}^r, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{k \in I} y_{kit} \leq \sum_{l \in F} u_{lit} + \gamma \sum_{j \in J_2} q_{jt}^r x_{ijt}, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{i \in I} u_{lit} \leq C_{lt}, \quad \forall l \in L, t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{l \in F} u'_{ilt} \leq \sum_{j \in J_2} (1-\gamma) q_{jt}^r x_{ijt}, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (12)$$

$$x_{ijt}, x_{it}^f, x_{it}^h, x_{it}^r \in \{0, 1\}, y_{kit}, u_{lit}, u'_{ilt}, h_{it}^f, h_{it}^r \geq 0, \quad \forall i, j, l, t \in T \quad (13)$$

مراکز به متقاضیان و از کارخانه‌ها به مراکز برای محصول نوع رفت، هزینه انتقال محصول از متقاضیان به مراکز و از مراکز به کارخانه‌ها برای محصول مصرفی،

تابع هدف در مسئله P_1 به دنبال مینیمم کردن کل هزینه‌های سرمایه‌گذاری و عملیاتی در طول دوره‌های مختلف است. این هزینه‌ها شامل هزینه‌های انتقال از

مراکز و کارخانه‌ها را برای محصول مصرفی در هر دوره نشان می‌دهد.

مدل ارائه شده از این لحاظ که همزمان زنجیره تأمین بسته، پویا بودن، استفاده از سه نوع مرکز و انبارداری را در بردارد، با مدل‌های موجود در ادبیات موضوع متمایز است. نمونه کاربردی از این نوع مسئله را می‌توان در [۳۳] دید. با وجود فرض‌های مشترک در نمونه مسئله [۳۳]، در این مقاله برای نزدیکی مدل به دنیای واقعی سعی شده همه فرض‌های مسئله در مدل آورده شوند، حال آن که در مقاله [۳۳] از بعضی فرض‌های اصلی مسئله چشم پوشی شده است.

برای حل مسئله ارائه شده نخست به خطی‌سازی آن می‌پردازیم. به این منظور، فرض می‌کنیم

$$x_{it}^h x_{it-1}^h = \beta_{it,t-1}^h, \quad x_{it}^f x_{it-1}^f = \alpha_{it,t-1}^f \quad \text{و}$$

$$x_{it}^r x_{it-1}^r = \gamma_{it,t-1}^r$$

مسئله اضافه می‌کنیم:

$$\alpha_{it,t-1}^f \leq x_{it}^f, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (14)$$

$$\alpha_{it,t-1}^f \leq x_{it-1}^f, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (15)$$

$$\alpha_{it,t-1}^f \geq x_{it}^f + x_{it-1}^f - 1, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (16)$$

$$\beta_{it,t-1}^h \leq x_{it}^h, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (17)$$

$$\beta_{it,t-1}^h \leq x_{it-1}^h, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (18)$$

$$\beta_{it,t-1}^h \geq x_{it}^h + x_{it-1}^h - 1, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (19)$$

$$\gamma_{it,t-1}^r \leq x_{it}^r, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (20)$$

$$\gamma_{it,t-1}^r \leq x_{it-1}^r, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (21)$$

$$\gamma_{it,t-1}^r \geq x_{it}^r + x_{it-1}^r - 1, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (22)$$

$$\alpha_{it,t-1}^f, \beta_{it,t-1}^h, \gamma_{it,t-1}^r \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, t \in T \quad (23)$$

با اضافه کردن قیدها تابع هدف مسئله به صورت زیر خطی می‌شود:

هزینه نگهداری کالا در انبار برای استفاده دوره‌های بعدی، هزینه‌های سرمایه‌گذاری ثابت برای احداث مرکز از هر سه نوع، هزینه‌های عملیاتی ثابت برای باز یا بسته نگه داشتن مراکز مورد استفاده در طول دوره‌های مختلف، هزینه‌ای برای خرید محصولات برگشتی از متقاضیان، هزینه عملیاتی انتقال کالا بین مراکز و هزینه تازه‌سازی محصول مصرفی برای تبدیل آن به محصول جدید و رفت، منهای درآمد حاصل از فروش هر واحد کالا به متقاضیان و درآمد حاصل از فروش هر واحد کالای مصرفی به کارخانه‌ها است.

قید (۲) تضمین می‌کند که هر متقاضی تنها یک مرکز را جهت سرویس‌دهی در هر دوره انتخاب کند، قیدهای (۳) و (۴) بیان می‌کنند که متقاضی می‌تواند یکی از مراکز پردازشی محصول جدید، ترکیبی و یا جمع‌آوری را به ترتیب برای تقاضای محصول جدید و محصول مصرفی انتخاب کند. قید (۵) بیان می‌کند که فقط یک نوع مرکز در طول همه دوره‌ها برای احداث می‌تواند انتخاب گردد. قیدهای (۶) و (۷) میزان انبارداری را از یک دوره تا دوره بعدی به ترتیب برای محصول جدید و محصول مصرفی نشان می‌دهند. قیدهای (۸) و (۹) به ترتیب حداکثر مقادیر مجاز از محصولات جدید را از مراکز به متقاضیان و سایر مراکز و مقدار مصرفی را از متقاضیان با توجه به ظرفیت مراکز در هر دوره نشان می‌دهند.

قید (۱۰) مقدار جریان بین مراکز را برای محصولات جدید نشان می‌دهد و قید (۱۱) حداکثر مقدار این جریان را از یک کارخانه به مراکز در هر دوره نشان می‌دهد. قید (۱۲) کران مربوط به مقدار جریان بین

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^f x_{it}^f + f_{it}^h x_{it}^h + f_{it}^r x_{it}^r) + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fc} (x_{it}^f - \alpha_{it,t-1}^r) + f_{it}^{hc} (x_{it}^h - \beta_{it,t-1}^r) \\ & + f_{it}^{rc} (x_{it}^r - \gamma_{it,t-1}^r)) + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fh} (x_{it-1}^f - \alpha_{it,t-1}^r) + f_{it}^{hh} (x_{it-1}^h - \beta_{it,t-1}^r) + f_{it}^{rh} (x_{it-1}^r - \gamma_{it,t-1}^r)) \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{it}^{hf} h_{it}^f + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{it}^{hr} h_{it}^r + \sum_{l \in F} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{lit} u_{lit} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} C_{ijt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} C_{ijt}^r x_{ijt} \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} \gamma p^R x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} p_{jt} x_{ijt} + \sum_{k \in I} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{kit} y_{kit} - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} b_{jt} q_{jt} x_{ijt} - \sum_{i \in I} \sum_{l \in F} \sum_{t \in T} p_{lit} u'_{lit} \end{aligned}$$

می‌شود؛ با استفاده از این حل می‌توان یک حد بالا برای هدف کلی مسئله تعریف نمود. همچنین حل دوگان زیرمسئله برای ساخت یک برش بندرز که شامل متغیرهای پیوسته اضافه شده به مسئله اصلی است، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تکرار بعدی این برش به مسئله اصلی اضافه شده با استفاده از حل این مسئله یک حد پایین جدید برای مسئله کلی بدست می‌آید، که تضمین می‌شود از حد پایین کنونی بدتر نیست. به این ترتیب مسئله اصلی و زیرمسئله تا هنگام برقراری شرط خاتمه پی‌درپی حل می‌شوند. یک شرط خاتمه می‌تواند کمتر شدن تفاضل حد بالا و حد پایین از یک عدد کوچک باشد. ثابت شده است که روش تجزیه بندرز در تکرارهای متناهی به جواب بهینه می‌رسد [۱]. قبل از ارائه مسئله اصلی و زیرمسئله در چارچوب بندرز، فرمول‌بندی مسئله کلی به شکل زیر بیان می‌شود:

در بخش بعد به ارائه یک روش حل کارا بر اساس تجزیه بندرز برای مدل معرفی شده می‌پردازیم.

۳ روش حل مدل

تجزیه بندرز به تجزیه یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط به یک مسئله اصلی و یک زیرمسئله وابسته است که به شکل تکراری با استفاده از جواب یکدیگر حل می‌شوند [۳۴]. زیرمسئله شامل متغیرهای پیوسته و قیدهای مربوط به آن است. ارتباط بین این دو مسئله با متغیرهای صحیح و یک متغیر پیوسته صورت می‌گیرد. حل بهینه برای مسئله اصلی یک حد پایین برای هدف مورد نظر فراهم می‌کند. با استفاده از جواب بدست آمده توسط مسئله اصلی، با ثابت گرفتن متغیرهای صحیح به عنوان ورودی زیرمسئله یک دوگان برای زیرمسئله حل

$$\begin{aligned} P_{\gamma} : \min Z_p = & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^f x_{it}^f + f_{it}^h x_{it}^h + f_{it}^r x_{it}^r) \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fc} (x_{it}^f - \alpha_{it,t-1}^r) + f_{it}^{hc} (x_{it}^h - \beta_{it,t-1}^r) + f_{it}^{rc} (x_{it}^r - \gamma_{it,t-1}^r)) \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fh} (x_{it-1}^f - \alpha_{it,t-1}^r) + f_{it}^{hh} (x_{it-1}^h - \beta_{it,t-1}^r) + f_{it}^{rh} (x_{it-1}^r - \gamma_{it,t-1}^r)) \\ & - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} b_{jt} q_{jt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} C_{ijt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} C_{ijt}^r x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} \gamma p^R x_{ijt} \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J, t \in T} p_{jt} x_{ijt} + H(y_{kit}, u_{lit}, u'_{lit}, h_{it}^f, h_{it}^r | x_{ijt}, x_{it}^f, x_{it}^h, x_{it}^r, \alpha_{it,t-1}^r, \beta_{it,t-1}^r, \gamma_{it,t-1}^r) \end{aligned} \quad (24)$$

$$ST \quad \sum_{i \in I} x_{ijt} = 1, \quad \forall j \in J, \cup J_{\gamma}, t \in T$$

$$\begin{aligned}
 x_{ijt} &\leq x_{it}^f + x_{it}^h, & \forall i \in I, j \in J_1, t \in T \\
 x_{ijt} &\leq x_{it}^h + x_{it}^r, & \forall i \in I, j \in J_2, t \in T \\
 x_{it}^f + x_{it}^h + x_{it}^r &\leq 1, & \forall i \in I, t \in T \\
 \alpha_{it,t-1}^f &\leq x_{it}^f, & \forall i \in I, t \in T \\
 \alpha_{it,t-1}^f &\leq x_{it-1}^f, & \forall i \in I, t \in T \\
 \alpha_{it,t-1}^f &\geq x_{it}^f + x_{it-1}^f - 1, & \forall i \in I, t \in T \\
 \beta_{it,t-1}^h &\leq x_{it}^h, & \forall i \in I, t \in T \\
 \beta_{it,t-1}^h &\leq x_{it-1}^h, & \forall i \in I, t \in T \\
 \beta_{it,t-1}^h &\geq x_{it}^h + x_{it-1}^h - 1, & \forall i \in I, t \in T \\
 \gamma_{it,t-1}^r &\leq x_{it}^r, & \forall i \in I, t \in T \\
 \gamma_{it,t-1}^r &\geq x_{it}^r + x_{it-1}^r - 1, & \forall i \in I, t \in T \\
 x_{ijt}, x_{it}^f, x_{it}^h, x_{it}^r, \alpha_{it,t-1}^f, \beta_{it,t-1}^h, \gamma_{it,t-1}^r &\in \{0, 1\}, & \forall i, j, l, t \in T
 \end{aligned}$$

یک مسئله کمینه سازی است که مقدار بهینه متغیرهای پیوسته $y_{kit}, u_{lit}, u'_{ilt}, h_{it}^f, h_{it}^r$ را برای متغیرهای ثابت گرفته شده $x_{ijt}, x_{it}^f, x_{it}^h, x_{it}^r, \alpha_{it,t-1}^f, \beta_{it,t-1}^h, \gamma_{it,t-1}^r$ به دست می آورد. این زیرمسئله را می توان به شکل زیر بیان نمود:

که در آن $H(\dots|\dots)$ زیرمسئله بندرز است که در ادامه جزئیات آن خواهد آمد.

زیرمسئله بندرز
زیرمسئله

$$H(y_{kit}, u_{lit}, u'_{ilt}, h_{it}^f, h_{it}^r | x_{ijt}, x_{it}^f, x_{it}^h, x_{it}^r, \alpha_{it,t-1}^f, \beta_{it,t-1}^h, \gamma_{it,t-1}^r)$$

$$\begin{aligned}
 P_3 : \min Z &= \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{it}^{hf} h_{it}^f + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{it}^{hr} h_{it}^r \\
 &+ \sum_{l \in F} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{lit} u_{lit} + \sum_{k \in I} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} C_{kit} y_{kit} - \sum_{i \in I} \sum_{l \in F} \sum_{t \in T} p_{it} u'_{ilt} \\
 ST \quad h_{it}^f &\leq h_{it-1}^f + \sum_{l \in F} u_{lit} + \sum_{k \in I} y_{kit} - \sum_{j \in J_1} q_{jt}^f \hat{x}_{ijt}, & \forall i \in I, t \in T \\
 h_{it}^r &\leq h_{it-1}^r + \sum_{j \in J_2} q_{jt}^r \hat{x}_{ijt} - \sum_{l \in F} u'_{ilt}, & \forall i \in I, t \in T \\
 -h_{it}^f &\leq -h_{it-1}^f - \sum_{l \in F} u_{lit} - \sum_{k \in I} y_{kit} + \sum_{j \in J_1} q_{jt}^f \hat{x}_{ijt}, & \forall i \in I, t \in T \\
 -h_{it}^r &\leq -h_{it-1}^r - \sum_{j \in J_2} q_{jt}^r \hat{x}_{ijt} + \sum_{l \in F} u'_{ilt}, & \forall i \in I, t \in T \\
 \sum_{l \in F} u_{lit} + \sum_{k \in I} y_{kit} + h_{it-1}^f &\leq S_i^{hf} \hat{x}_{it}^h + S_i^f \hat{x}_{it}^f, & \forall i \in I, t \in T
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J_r} q_{jt}^r \hat{x}_{ijt} + h_{it-1}^r &\leq S_i^{hr} \hat{x}_{it}^h + S_i^r \hat{x}_{it}^r, & \forall i \in I, t \in T \\ \sum_{k \in I} y_{kit} &\leq \sum_{l \in F} u_{lit} + \gamma \sum_{j \in J_r} q_{jt}^r \hat{x}_{ijt}, & \forall i \in I, t \in T \\ \sum_{i \in I} u_{lit} &\leq C_{lt}, & \forall l \in L, t \in T \\ \sum_{l \in F} u'_{lit} &\leq \sum_{j \in J_r} (1-\gamma) q_j^r \hat{x}_{ijt}, & \forall i \in I, t \in T \\ y_{kit}, u_{lit}, u'_{lit}, h_{it}^f, h_{it}^r &\geq 0. & \forall i, j, l, t \in T \end{aligned}$$

آوردن دوگان این مسئله به ترتیب از متغیرهای شکل مساوی‌اند، بدون تغییر در فضای جواب و حل بهینه تبدیل به دو محدودیت نامساوی برای به دست آوردن ساده‌تر مسئله دوگان تغییر یافته‌اند. برای تولید برش‌های بندرز مسئله اصلی از دوگان مسئله $H(\dots|\dots)$ استفاده می‌شود. برای بدست آوردن دوگان این مسئله به ترتیب از متغیرهای شکل زیر مسئله با نام $H(\pi_{it}^1, \pi_{it}^2, \pi_{it}^3, \pi_{it}^4, \pi_{it}^5, \pi_{it}^6, \pi_{it}^7, \pi_{it}^8, \pi_{it}^9)$ به شکل زیر خواهد بود:

در مدل پیشنهادی، محدودیت‌های پنجم و ششم که به شکل مساوی‌اند، بدون تغییر در فضای جواب و حل بهینه تبدیل به دو محدودیت نامساوی برای به دست آوردن ساده‌تر مسئله دوگان تغییر یافته‌اند. برای تولید برش‌های بندرز مسئله اصلی از دوگان مسئله $H(\dots|\dots)$ استفاده می‌شود. برای بدست

$$\begin{aligned} P_r : \max W &= \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (\pi_{it}^1 (\sum_{j \in J_r} q_{jt}^f \hat{x}_{ijt})) - \\ &(\pi_{it}^2 (\sum_{j \in J_r} q_{jt}^r \hat{x}_{ijt})) - (\pi_{it}^3 (\sum_{j \in J_r} q_{jt}^f \hat{x}_{ijt})) + (\pi_{it}^4 (\sum_{j \in J_r} q_{jt}^r \hat{x}_{ijt})) \\ &- (\pi_{it}^5 S_i^f \hat{x}_{it}^f) - (\pi_{it}^6 (S_i^{hr} \hat{x}_{it}^h + S_i^r \hat{x}_{it}^r)) - (\pi_{it}^7 \sum_{j \in J_r} \gamma q_{jt}^r \hat{x}_{ijt}) \\ &- (\pi_{it}^8 \sum_{j \in J_r} (1-\gamma) q_j^r \hat{x}_{ijt}) - \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \pi_{it}^9 C_{lt} \\ ST \quad -\pi_{it}^1 + \pi_{it}^2 &\leq C_{it}^{hf}, & \forall i \in I, t \in T \\ -\pi_{it}^2 + \pi_{it}^3 &\leq C_{it}^{hr}, & \forall i \in I, t \in T \\ \pi_{it}^1 - \pi_{it}^2 - \pi_{it}^5 + \pi_{it}^7 - \pi_{it}^8 &\leq C_{lit}, & \forall i \in I, t \in T, l \in L \\ \pi_{it}^1 - \pi_{it}^2 - \pi_{it}^5 - \pi_{it}^7 &\leq C_{kit}, & \forall i, k \in I, t \in T \\ -\pi_{it}^2 + \pi_{it}^3 - \pi_{it}^8 &\leq p_{lt}, & \forall i \in I, t \in T, l \in L \\ \pi_{it}^1, \pi_{it}^2, \pi_{it}^3, \pi_{it}^4, \pi_{it}^5, \pi_{it}^6, \pi_{it}^7, \pi_{it}^8, \pi_{it}^9 &\geq 0, & \forall i, l, t \end{aligned} \tag{25}$$

مسئله اصلی بندرز

مسئله اصلی بندرز را می‌توان به شکل زیر مدل کرد:

$$P_s : \min Z = \phi \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
 ST. \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^f x_{it}^f + f_{it}^h x_{it}^h + f_{it}^r x_{it}^r) \\
 & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fc} (x_{it}^f - \alpha_{it,t-1}^r) + f_{it}^{hc} (x_{it}^h - \beta_{it,t-1}^r) + f_{it}^{rc} (x_{it}^r - \gamma_{it,t-1}^r)) \\
 & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (f_{it}^{fh} (x_{it-1}^f - \alpha_{it,t-1}^r) + f_{it}^{hh} (x_{it-1}^h - \beta_{it,t-1}^r) + f_{it}^{rh} (x_{it-1}^r - \gamma_{it,t-1}^r)) \\
 & - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} b_{jt} q_{jt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} C_{ijt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} C_{ijt}^r x_{ijt} \\
 & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} \gamma p^R x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_1} \sum_{t \in T} p_{jt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (\hat{\pi}_{it}^1 (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^f x_{ijt})) \\
 & - (\hat{\pi}_{it}^x (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^r x_{ijt})) - (\hat{\pi}_{it}^x (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^f x_{ijt})) + (\hat{\pi}_{it}^x (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^r x_{ijt})) \\
 & - (\hat{\pi}_{it}^\Delta S_i^f x_{it}^f) - (\hat{\pi}_{it}^\Delta (S_i^{hr} x_{it}^h + S_i^r x_{it}^r)) - (\hat{\pi}_{it}^\Delta \sum_{j \in J_1} \gamma q_{jt}^r x_{ijt}) \\
 & - (\hat{\pi}_{it}^\Delta \sum_{j \in J_1} (1-\gamma) q_{jt}^r x_{ijt}) - \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \hat{\pi}_{lt}^\Delta C_{lt} \leq \phi
 \end{aligned} \tag{۲۷}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (\hat{\pi}_{it}^1 (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^f x_{ijt})) - (\hat{\pi}_{it}^x (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^r x_{ijt})) \\
 & - (\hat{\pi}_{it}^x (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^f x_{ijt})) - (\hat{\pi}_{it}^x (\sum_{j \in J_1} q_{jt}^r x_{ijt})) - (\hat{\pi}_{it}^\Delta S_i^f x_{it}^f) \\
 & + (\hat{\pi}_{it}^\Delta (S_i^{hr} x_{it}^h + S_i^r x_{it}^r)) - (\hat{\pi}_{it}^\Delta \sum_{j \in J_1} \gamma q_{jt}^r x_{ijt}) \\
 & - (\hat{\pi}_{it}^\Delta \sum_{j \in J_1} (1-\gamma) q_{jt}^r x_{ijt}) - \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \hat{\pi}_{lt}^\Delta C_{lt} \leq 0.
 \end{aligned} \tag{۲۸}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{i \in I} x_{ijt} &= 1, & \forall j \in J_1 \cup J_2, t \in T \\
 x_{ijt} &\leq x_{it}^f + x_{it}^h, & \forall i \in I, j \in J_1, t \in T \\
 x_{ijt} &\leq x_{it}^h + x_{it}^r, & \forall i \in I, j \in J_2, t \in T \\
 x_{it}^f + x_{it}^h + x_{it}^r &\leq 1, & \forall i \in I, t \in T \\
 \alpha_{it,t-1}^f &\leq x_{it-1}^f, & \forall i \in I, t \in T \\
 \alpha_{it,t-1}^f &\geq x_{it}^f + x_{it-1}^f - 1, & \forall i \in I, t \in T \\
 \beta_{it,t-1}^h &\leq x_{it}^h, & \forall i \in I, t \in T \\
 \beta_{it,t-1}^h &\leq x_{it-1}^h, & \forall i \in I, t \in T \\
 \beta_{it,t-1}^h &\geq x_{it}^h + x_{it-1}^h - 1, & \forall i \in I, t \in T \\
 \gamma_{it,t-1}^r &\leq x_{it}^r, & \forall i \in I, t \in T \\
 \gamma_{it,t-1}^r &\geq x_{it}^r + x_{it-1}^r - 1, & \forall i \in I, t \in T
 \end{aligned}$$

مسئله اصلی بدون هیچ نوع برشی انجام می‌شود، سپس جواب‌های به‌دست آمده توسط مسئله اصلی به زیرمسئله داده شده و زیرمسئله حل می‌شود. در صورتی که زیرمسئله شدنی نباشد و جواب دوگان زیرمسئله بی‌نهایت باشد، یک جهت بی‌نهایت از دوگان گرفته می‌شود و با آن برش، شدنی شده و به مسئله اصلی اضافه می‌شود. در صورتی که زیرمسئله شدنی و دارای جواب بهینه باشد، با استفاده از جواب‌های بهینه زیرمسئله دوگان یک برش بهینگی تولید شده به مسئله اصلی اضافه می‌شود. اگر جواب به‌دست آمده حد بالای بهتری نتیجه دهد، حد بالا به‌روز می‌شود. در ادامه مسئله اصلی با استفاده از برش جدید دوباره حل شده حد پایین به‌روز می‌شود. این کار تا زمانی تکرار می‌شود که فاصله بین حد بالا و حد پایین از یک مقدار مشخص کمتر شود. شکل ۲ شبه کد این الگوریتم را نشان می‌دهد.

تابع هدف (۲۶) این مسئله نشان‌دهنده تابع هدف مسئله اصلی بندرز است؛ قید (۲۷) مسئله برش‌های بهینگی هستند که پس از رسیدن به حل بهینه زیرمسئله به مسئله اصلی اضافه می‌شوند؛ پارامترهای مقادیر دوگان حاصل از حل زیرمسئله بندرز هستند؛ این مقادیر در محدودیت‌های برش به‌عنوان مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شوند. قید (۲۸) مسئله برش‌های شدنی بودن است که اگر زیرمسئله شدنی نباشد به مسئله اصلی اضافه می‌شود.

۴ روند کلی الگوریتم تجزیه بندرز

در الگوریتم بندرز نخست بایستی یک جواب شدنی برای مسئله اصلی پیدا کنیم. این کار با استفاده از حل

```

Initialization:  $(U, V)$  Initial feasible integer solution,  $LB = -\infty$ ,
 $UB = \infty, S = R = 0$ 
While  $(UB - LB) \geq \varepsilon$  Do
  Solve subproblem
  If subproblem is unbounded then
    Get unbounded ray
    Add a feasibility cut to master problem
     $S = S + 1$ 
  Else
    Get extreme point  $\pi$ 
    Add an optimality cut
     $R = R + 1$ 
     $UB := \min\{UB, V(UP)\}$  End if
  Solve master problem
   $LB = \bar{Z}$  // Result of master problem
End While.

```

شکل ۲: شبه‌کد روش پیشنهادی تجزیه بندرز

۵ نتایج محاسباتی

نحوه تولید هزینه‌های ثابت برای مراکز پردازش محصولات برگشتی نیز به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} f_{it}^r &= U[0, 90] + U[100, 110] \sqrt{S_i^r} \\ f_{it}^{rc} &= U[0, 30] + U[10, 20] \sqrt{S_i^r} \\ f_{it}^{rh} &= U[0, 30] + U[15, 30] \sqrt{S_i^r} \end{aligned}$$

در صورتی که $s \leq 2$ مقادیر $(f_i^h \text{ or } f_i^r)$ و f_i^f

دو برابر می شود که در آن

$$s = \sum_i S_i^f (S_i^{mh} + S_i^{fh} \text{ or } S_i^r) / \sum_{j,t} q_{jt}^f + \sum_{j,t} q_{jt}^r$$

ظرفیت مراکز از قانون زیر پیروی می کند:

$$\begin{aligned} S_i^f &= U[10, 160], S_i^{fh} = U[8, 110], \\ S_i^{mh} &= U[5, 100], S_i^r = U[5, 110]. \end{aligned}$$

مراکز بالقوه به طور یکنواخت در مربع یکه و مراکز تولید به طور یکنواخت در $[1, 2] \times [1, 2]$ پراکنده شده اند. مقادیر تقاضا برای محصول جدید از $U[15, 45]$ و مقادیر محصول برگشتی مصرفی از $U[2, 25]$ پیروی می کند. هزینه هر واحد p^R از توزیع $U[0.5, 1]$ پیروی می کند. همچنین، $\gamma = 35$ درصد در نظر گرفته می شود.

هزینه تخصیص هر واحد کالای نوع رفت از مراکز به متقاضیان برابر است با ۱۰ برابر فاصله این مراکز تا متقاضیان؛ هزینه تخصیص هر واحد کالای نوع برگشت از مراکز به متقاضیان برابر است با ۸ برابر فاصله این مراکز تا متقاضیان؛ هزینه تخصیص هر واحد کالا از مراکز به مراکز تولید برابر است با ۱۲ برابر فاصله این مراکز تا مراکز تولید؛ هزینه تخصیص هر واحد کالا از یک مراکز به سایر مراکز برابر است با ۶ برابر فاصله این مراکز تا سایر مراکز؛ هزینه نگهداری هر واحد کالای رفت و برگشت از $U[0.5, 1.25]$ پیروی می کند.

برای نشان دادن کارایی الگوریتم، تعدادی نمونه با داده‌های تصادفی تولید می کنیم و نتایج حاصل را با روش ژنتیک بهبود یافته ارائه شده در [۳۳] مقایسه می کنیم. این اجرا روی سیستمی با ویندوز XP و یک گیگ RAM اجرا شده است. برای این منظور از محیط AIMMS11 که از نرم افزار CPLEX بهره می گیرد، استفاده شده است.

با توجه به اینکه تاکنون هیچ داده معتبری در ادبیات موضوع وجود نداشته است، سعی کرده ایم که نمونه‌ها را با توجه به نحوه تولید نمونه مثال در [۳۵]، [۳۶] و [۳۷] انجام دهیم. تعداد ۱۰ نمونه مثال در نظر گرفته شده است که از هر نمونه ۱۰ بار تولید شده است (به این منظور که جواب وابسته به نمونه خاصی نباشد). در همه نمونه‌ها فرض بر این است که هر نقطه نماینده یک متقاضی هم دارای تقاضای محصول رفت و هم دارای تقاضای محصول برگشت است. برای مثال، منظور از $|J|=2$ این است که ۴ نقطه تقاضا، دو تا رفت و دو تا برگشت را شامل می شود.

هزینه‌های ثابت برای مراکز پردازش محصول رفت به صورت زیر تولید می گردند:

$$\begin{aligned} f_{it}^f &= U[0, 90] + U[100, 110] \sqrt{S_i^f} \\ f_{it}^{fc} &= U[0, 30] + U[10, 20] \sqrt{S_i^f} \\ f_{it}^{fh} &= U[0, 30] + U[15, 30] \sqrt{S_i^f} \end{aligned}$$

همچنین برای مراکز ترکیبی به صورت زیر تولید شوند:

$$\begin{aligned} f_{it}^h &= U[0, 90] + U[100, 110] \sqrt{S_i^{fh} + S_i^{rh}} \\ f_{it}^{hc} &= U[0, 30] + U[10, 20] \sqrt{S_i^{fh} + S_i^{rh}} \\ f_{it}^{hh} &= U[0, 30] + U[15, 30] \sqrt{S_i^{fh} + S_i^{rh}} \end{aligned}$$

تعداد جواب‌های بهینه به‌دست آمده با الگوریتم ژنتیک و تعداد جواب‌های بهینه به‌دست آمده با الگوریتم بندرز به همراه میانگین تعداد جواب‌های بهینه به‌دست آمده از این الگوریتم‌ها گزارش شده است. همچنین، در ستون پایانی میانگین زمان اجرا توسط نرم‌افزار CPLEX با روش شاخه و کران گزارش شده است. شایان ذکر است که جواب به‌دست آمده با روش شاخه و کران دقیق است.

مقادیر p_{jt} و p_{lt} بترتیب از دستور $U[1,2]$ و $U[2.5,3.5]$ تولید می‌شوند. هر واحد b_{jt} به‌صورت $U[1.0,1.6]$ تولید می‌گردد و مقدار C_{lt} از توزیع $U[\frac{1}{p} \sum_j q_{jt}^f, \frac{2}{p} \sum_j q_{jt}^f]$ پیروی می‌کند.

در جدول ۳ اندازه هر نمونه مسئله تولید شده گزارش شده است. برای هر نوع مسئله ۱۰ نمونه برای اجرا در نظر گرفته شده است که از هر کدام از آنها نیز ۱۰ بار اجرا گرفته می‌شود. در ستون‌های اول تا چهارم

جدول ۳. نتایج محاسباتی مربوط به روش بندرز

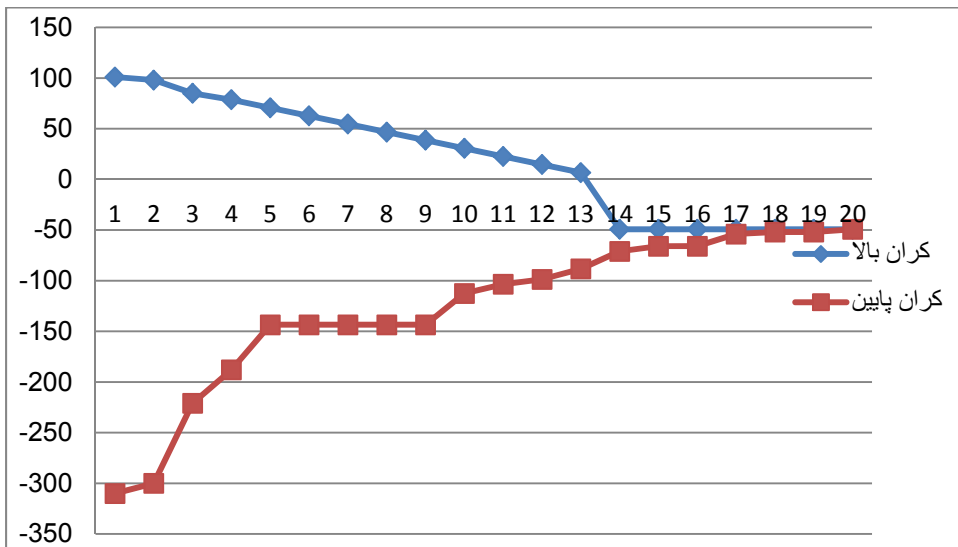
اندازه مسئله $ I \times J \times K \times T $	میانگین زمان اجرا الگوریتم ابتکاری	تعداد جواب‌های بهینه الگوریتم ابتکاری	میانگین زمان اجرا الگوریتم ژنتیک	تعداد جواب- های بهینه الگوریتم ژنتیک	میانگین زمان اجرا CPLEX
$4 \times 4 \times 2 \times 3$	۸	۱۰	۶	۵	۱۴۳
$4 \times 8 \times 2 \times 3$	۹	۱۰	۸	۵	۳۰۷
$4 \times 10 \times 2 \times 3$	۴۰	۹	۲۱	۶	۳۸۹
$6 \times 10 \times 2 \times 3$	۵۸	۸	۳۳	۵	۵۱۸
$8 \times 10 \times 2 \times 4$	۱۱۱	۹	۶۱	۴	۷۴۰
$8 \times 12 \times 4 \times 4$	۲۱۰	۸	۱۲۳	۳	۱۲۸۱
$8 \times 14 \times 4 \times 4$	۲۶۳	۸	۱۴۲	۳	+۲۰۰۰
$8 \times 16 \times 4 \times 4$	۳۰۳	۸	۱۹۸	۴	+۲۰۰۰
$8 \times 18 \times 4 \times 4$	۳۷۳	۸	۲۰۹	۲	+۲۰۰۰
$8 \times 20 \times 4 \times 4$	۴۰۸	۸	۲۲۱	۲	+۲۰۰۰

محاسباتی نشان می‌دهد که روش ابتکاری به خوبی جواب بهین و یا دست‌کم نزدیک به بهین را به‌دست می‌آورد. علاوه بر این ساختار مدل مسئله طوری است که مسئله اصلی و زیرمسئله‌ها همواره جواب نزدیک به عدد صحیح می‌دهند که باعث می‌شود روش بندرز مسئله را در مدت زمان کوتاه‌تر قابل قبولی حل نماید. به‌علاوه جواب کران بالا سریع‌تر از جواب کران پایین به مقدار بهین همگراست و این به‌دلیل وجود برش‌های

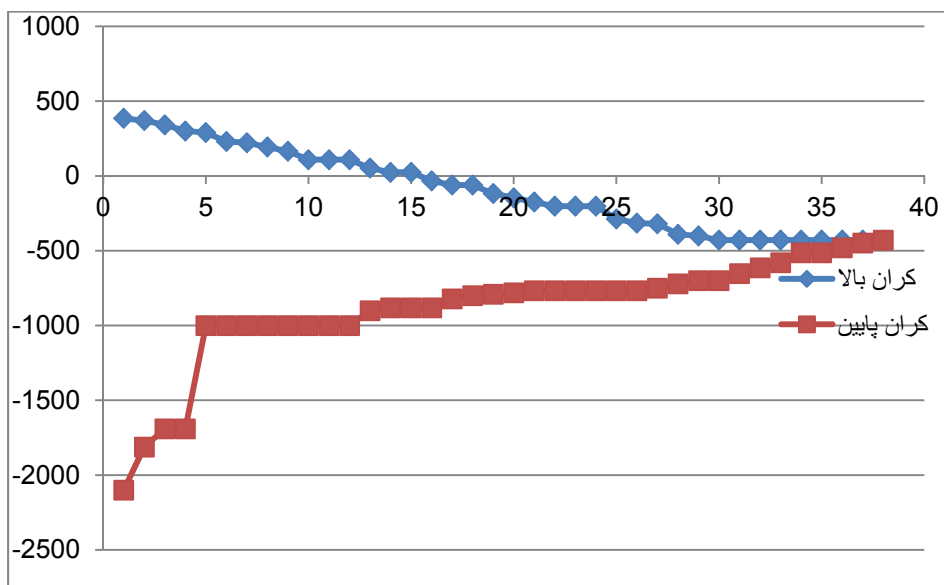
با استفاده از روش تولید نمونه بیان شده، یک مسئله آزمایشی با اندازه متوسط $6 \times 10 \times 2 \times 3$ را با روش تجزیه بندرز پیشنهادی حل می‌کنیم تا نحوه همگرایی روش بندرز آن نمایش داده شود. همگرایی روش تجزیه بندرز پس از ۲۱ تکرار در شکل ۳ نمایش داده شده است. با تکرار این روند برای مثال با اندازه بالای $8 \times 16 \times 4 \times 4$ بعد از ۳۸ تکرار همگرایی حاصل می‌گردد که نتایج عددی آن در شکل ۴ آمده است. نتایج

توجه به اینکه مدت زمان حل برای به‌دست آوردن جواب بهینه مسائل با اندازه‌های بزرگ‌تر زیاد است و امکان مقایسه با روش ابتکاری بندرز وجود ندارد، از آوردن نمونه‌های دیگر خودداری کرده‌ایم.

بهین در زیرمسئله‌های مربوط به کران بالا است. در مقایسه انجام شده، روش بهبودیافته ژنتیک در مدت زمان نسبتاً بهتری به جواب می‌رسد، ولی در بسیاری از نمونه‌ها جواب به‌دست آمده از این روش بهین نیست و لذا از این حیث روش بندرز عملکرد بهتری دارد.



شکل ۳. ارتباط نحوه همگرایی روش تجزیه بندرز برای مثال با اندازه متوسط



شکل ۴. ارتباط نحوه همگرایی روش تجزیه بندرز برای مثال با اندازه بالا

۶ بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل احتمالی مبتنی بر سناریوبندی برای طراحی شبکه زنجیره تأمین توسعه داده شد. مدل مورد بررسی، یک زنجیره تأمین بسته متشکل از کارخانه‌ها، مبادی توزیع و متقاضیان را مورد مطالعه قرار می‌دهد، که در آن برای هر یک از این امکانات، ظرفیت‌های مختلف در نظر گرفته شده است. این موضوع در ادبیات طراحی شبکه زنجیره تأمین کمتر مورد مطالعه قرار گرفته است، همچنین مدل مورد استفاده در این تحقیق با در نظر گرفتن یک شبکه دو محصولی (رفت و برگشت) و استفاده از سه نوع مرکز، بازتاب واقعی‌تر از نمونه‌های موجود را نشان می‌دهد.

تصمیم‌های مربوط به مسئله طراحی شبکه زنجیره تأمین را می‌توان از نظر طول مدت دوره تصمیم‌گیری به دو دسته تصمیم‌های استراتژیک (بلندمدت) و تصمیم‌های عملیاتی (کوتاه‌مدت) تقسیم‌بندی نمود. تصمیم‌های مربوط به نصب و عدم نصب امکاناتی مانند کارخانه‌ها و انبارها و تعیین ظرفیت آنها در زمره تصمیم‌های استراتژیک قرار دارد. تصمیم‌هایی مانند میزان حمل و نقل از کارخانه‌ها به انبارهای توزیع و از

انبارهای توزیع به متقاضیان نیز تصمیم‌های کوتاه مدت عملیاتی محسوب می‌شوند. این تقسیم‌بندی کاملاً منطبق با مدل‌های برنامه‌ریزی پویا و سازگار با واقعیت است. مسائل مشابهی در ادبیات موضوع معرفی شده‌اند که با توجه به پیچیدگی‌شان قسمت‌هایی از فرض‌ها حذف شده است که در مدل معرفی شده در این مقاله به‌طور کامل در نظر گرفته شده است و با نمونه‌هایی کاربردی مسائل واقعی سازگاری دارد؛ برای نمونه، با مقاله [۳۳] در تطابق کامل است، هرچند در [۳۳] بخشی از فرض‌های اصلی مسئله حذف شده است.

با توجه به تعریف مسئله، یک مدل غیرخطی عددصحيح برای آن معرفی و با استفاده از شگردهای برنامه‌ریزی خطی آن مدل خطی شد. سپس، از روش بندرز برای حل مسئله تغییر شکل یافته استفاده شد. کارایی روش ارائه شده با مقایسه آن با روش دقیق شاخه و کران و روش به‌روز شده ژنتیک نشان داده شد. برای معرفی کارهای آتی می‌توان مسئله را در قالب رقابتی دید و مدلی دوسطحی در قالب رقابت برای آن معرفی کرد. علاوه بر این، حالت‌های غیرقطعی و فازی نیز می‌تواند به ویژگی‌های مسئله اضافه شود.

References

- [1] A. Geoffrion, G. Graves, Multicommodity distribution system design by Benders decomposition, *Manag. Sci.*, 20 (1973) 822-844.
- [2] A.B. Arabani, R.Z. Farahani, Facility location dynamics: An overview of classifications and applications, *Comput. Ind. Eng.*, 62 (2012) 408-420.
- [3] R.H. Ballou, Dynamic warehouse location analysis, *J. Marketing Res.*, (1968) 271-276.

- [4] M.T. Melo, S. Nickel, F.S. Da Gama, Dynamic multi-commodity capacitated facility location: a mathematical modeling framework for strategic supply chain planning, *Comput. Oper. Res.*, 33 (2006) 181-208.
- [5] J. Dias, M.E. Captivo, J. Climaco, Capacitated dynamic location problems with opening, closure and reopening of facilities, *IMA J. Manag. Math.*, 17 (2006) 317-348.
- [6] C. Canel, B.M. Khumawala, J. Law, A. Loh, An algorithm for the capacitated, multi-

- commodity multi-period facility location problem, *Comput. Oper. Res.*, 28 (2001) 411-427.
- [7] P. Chardaire, A. Sutter, M.C. Costa, Solving the dynamic facility location problem, *Networks*, 28 (1996) 117-124.
- [8] I. Correia, M.E. Captivo, A Lagrangean heuristic for a modular capacitated location problem, *Ann. Oper. Res.*, 122 (2003) 141-161.
- [9] D.-G. Kim, Y.-D. Kim, A Lagrangian heuristic algorithm for a public healthcare facility location problem, *Ann. Oper. Res.*, 206 (2013) 221-240.
- [10] D.J. Thomas, P.M. Griffin, Coordinated supply chain management, *Eur. J. Oper. Res.*, 94 (1996) 1-15.
- [11] J. Barcelo, Å. Hallefjord, E. Fernandez, K. Jörnsten, Lagrangean relaxation and constraint generation procedures for capacitated plant location problems with single sourcing, *OR Spectrum*, 12 (1990) 79-88.
- [12] C.S. Revelle, H.A. Eiselt, M.S. Daskin, A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science, *Eur. J. Oper. Res.*, 184 (2008) 817-848.
- [13] M.T. Melo, S. Nickel, F. Saldanha-Da-Gama, Facility location and supply chain management-A review, *Eur. J. Oper. Res.*, 196 (2009) 401-412.
- [14] H.K. Smith, G. Laporte, P.R. Harper, Locational analysis: highlights of growth to maturity, *J. Oper. Res. Soc.*, 60 (2009) 140-148.
- [15] A. Alshamsi, A. Diabat, A reverse logistics network design, *J. Manuf. Syst.*, 37 (2015) 589-598.
- [16] K. Govindan, M.N. Popiuc, A. Diabat, Overview of coordination contracts within forward and reverse supply chains, *J. Clean. Prod.*, 47 (2013) 319-334.
- [17] M. Al-Salem, A. Diabat, D. Dalalah, M. Alrefaei, A closed-loop supply chain management problem: Reformulation and piecewise linearization, *J. Manuf. Syst.*, 40 (2016) 1-8.
- [18] D.-H. Lee, M. Dong, A heuristic approach to logistics network design for end-of-lease computer products recovery, *Transportation Res. E- Log*, 44 (2008) 455-474.
- [19] M. Melo, S. Nickel, F. Saldanha-da-Gama, A tabu search heuristic for redesigning a multi-echelon supply chain network over a planning horizon, *Int. J. Prod. Econ.*, 136 (2012) 218-230.
- [20] R. Sridharan, A Lagrangian heuristic for the capacitated plant location problem with side constraints, *J. Oper. Res. Soc.*, (1991) 579-585.
- [21] J.E. Beasley, Lagrangean heuristics for location problems, *Eur. J. Oper. Res.*, 65 (1993) 383-399.
- [22] K. Holmberg, D. Yuan, A Lagrangian heuristic based branch-and-bound approach for the capacitated network design problem, *Oper. Res.*, 48 (2000) 461-481.
- [23] R. Sridharan, The capacitated plant location problem, *Eur. J. Oper. Res.*, 87 (1995) 203-213.
- [24] L.-Y. Wu, X.-S. Zhang, J.-L. Zhang, Capacitated facility location problem with general setup cost, *Comput. Oper. Res.*, 33 (2006) 1226-1241.
- [25] A. Shulman, An algorithm for solving dynamic capacitated plant location problems with discrete expansion sizes, *Oper. Res.*, 39 (1991) 423-436.
- [26] A. Diabat, J.-P. Richard, C.W. Codrington, A Lagrangian relaxation approach to simultaneous strategic and tactical planning in supply chain design, *Ann. Oper. Res.*, 203 (2013) 1-26.
- [27] S. Elhedhli, H. Wu, A Lagrangean heuristic for hub-and-spoke system design with capacity selection and congestion, *Inf. J. Comput.*, 22 (2010) 282-296.
- [28] I. Contreras, J.-F. Cordeau, G. Laporte, The dynamic uncapacitated hub location problem, *Trans. Sci.*, 45 (2011) 18-32.
- [29] S.D. Jena, J.-F. Cordeau, B. Gendron, Lagrangian heuristics for large-scale dynamic facility location with generalized modular

capacities, *Inform. J. Comput.*, 29 (2017) 388-404.

[30] L. Tang, W. Jiang, G.K. Saharidis, An improved Benders decomposition algorithm for the logistics facility location problem with capacity expansions, *Ann. Oper. Res.*, 210 (2013) 165-190.

[31] V. Ghezavati, A Benders' decomposition method to solve stochastic distribution network design problem with two echelons and inter-depot, *J. Opt. Ind. Eng.*, 18 (2015) 27-35.

[32] M. Fischetti, I. Ljubić, M. Sinnl, Redesigning Benders decomposition for large-scale facility location, *Manag. Sci.*, 63 (2016) 2146 - 2162.

[33] J.-E. Lee, K.-D. Lee, Integrated forward and reverse logistics model: A case study in distilling

and sale company in Korea, *International Journal of Innovative Computing, Inf. Control*, 8 (2012) 4483-4495.

[34] J.F. Benders, Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems, *Numer. Math.*, 4 (1962) 238-252.

[35] P. Avella, M. Boccia, A. Sforza, I. Vasil'ev, An effective heuristic for large-scale capacitated facility location problems, *J. Heuristics*, 15 (2009) 597-615.

[36] D. Serra, C. ReVelle, Competitive location and pricing on networks, *Geogr. Anal.*, 31 (1999) 109-129.

[37] V. Beresnev, Upper bounds for objective functions of discrete competitive facility location problems, *J. App. Ind. Math.*, 3 (2009) 419.